Рассмотрим работу раскряжевочной установки на конкретном примере. Пусть система раскряжевки работает с циклом обработки $t_0 = 1$ мин. Интенсивность подачи можно изменять. Необходимо установить рациональную интенсивность подачи и цикл подачи хлыста. Интенсивность обработки составит $\mu = 1/t_{\text{ц}} = 1/1 = 1\,\text{хлыст/мин}$.

Задаваясь различными значениями λ, по формулам (2) можно построить зависимости для P_0 и P_1.

При интенсивности подачи 1 хлыст/мин вероятность работы установки составит 0,5. Начиная с $\lambda = 5 - 6$, дальнейшее увеличение параметра существенно не повысит вероятность рабочего состояния. Так, увеличение λ с 5 до 7 повысит P_1 лишь на 2%.

Рациональный цикл подачи хлыстов составит $t_{\text{п}} = 1/\lambda = 1/5 = 0,2\,\text{мин}$.

Полученное значение цикла подачи хлыста позволяет выбирать подающий механизм: растаскиватель, манипулятор или др.

В анализируемых вариантах $\lambda/\mu < 1$, а если система работает в режиме $\lambda/\mu > 1$, то предыдущий механизм вынужден простаивать либо предметы труда накапливаются перед обрабатывающей установкой. Последний случай может иметь место в течение кратковременного периода работы установки.

Литература

1. Игнатенко В. В., Турлай И. В., Федоренчик А. С. *Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок*: учеб. пособие для студентов специальности «Лесоинженерное дело». Мн.: БГТУ, 2004.

АССОЦИИРОВАННЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Н.В. Лазакович, А.Ю. Русецкий

Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь
artyom.ruseckiy@gmail.com

Пусть $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ — полное вероятностное пространство.

Рассмотрим задачу Коши для системы стохастических дифференциальных уравнений:

$$dX(t,\omega) = L'(t)X(t,\omega)dt + g(t)dW(t,\omega), \quad X(0,\omega) = X_0, \tag{1}$$

где $t \in T = [0,b]$, $\omega \in \Omega$, $X(t,\omega) = (X_1(t,\omega), X_2(t,\omega), \dots, X_n(t,\omega))^\top$, $X_0 = ((X_0^1, X_0^2, \dots \dots, X_0^n)^\top \in \mathbb{R}^n$, $dW(t,\omega) = (0,\dots,0,dB(t,\omega))^\top$, $L'(t) = (L'_{ij}(t))$, где $L'_{ij}(t) = 1$, при $i = j$, и $L'_{ij}(t) = 0$, при $i \neq j$, если $i = \overline{1,n-1}$, $j = \overline{1,n}$ и $L'_{nj}(t) = -a'_j(t)$, $j = \overline{1,n}$, где $a_j : T \longrightarrow \mathbb{R}$, $j = \overline{1,n}$ — непрерывные справа функции ограниченной вариации, $a'_j(t)$, $j = \overline{1,n}$ — их обобщённые производные Шварца. $B(t,\omega)$ — случайный процесс броуновского движения, $g(t) \in L_2(T)$.

Данная задача является некорректной в рамках классической теории дифференциальных уравнений, поскольку в уравнениях могут присутствовать произведения обобщённых функций.

Системы стохастических дифференциальных уравнений вида (1), могут использоваться в качестве моделей, описывающих динамику финансовых данных [1].

Рассмотрим задачу Коши для конечно-разностного уравнения, соответствующую задаче Коши (1) :

$$X_n(t+h_n,\omega) - X_n(t,\omega) = [L_n(t+h_n) - L_n(t)]X_n(t,\omega) + g_n(t)[W_n(t+h_n,\omega) - W_n(t,\omega)],$$

$$X_n(t,\omega)|_{[0,h_n)} = X_n^0(t,\omega), \tag{2}$$

где $X_n(t,\omega) = (X_n^1(t,\omega), X_n^2(t,\omega), \ldots, X_n^n(t,\omega))^\top$, $X_n^0(t,\omega) = ((X_{n0}^1(t,\omega), X_{n0}^2(t,\omega), \ldots \ldots, X_{n0}^n(t,\omega))^\top$, $W_n(t,\omega) = (0, \ldots, 0, dB_n(t,\omega))^\top$, $L_n(t) = (L_n^{ij}(t))$, где $L_n^{ij}(t) = t$, при $i = j$, и $L_n^{ij}(t) = 0$, при $i \neq j$, если $i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1,n}$ и $L_n^{nj}(t) = a_n^j(t)$, $j = \overline{1,n}$.

$$a_n^i(t) = (a_i * \rho_n^2)(t), \rho_n^2(t) = \gamma_i(n)\rho(\gamma_i(n)t),$$

где $\gamma_i(n) \to \infty$ при $n \to \infty, i = \overline{1,n}$, $\rho \geqslant 0$, $\rho \in C^\infty(\mathbb{R})$, $\operatorname{supp}(\rho) \subseteq [0,1]$, $\int_0^1 \rho(s)\,ds = 1$.

Рассмотрим систему интегральных уравнений

$$X(t,\omega) = X_0 + \int_0^t dL^c(s)X(s,\omega) + \sum_{\mu_l \leqslant t} S(\mu_l, X(\mu_l-,\omega), \Delta L(\mu_l)) + \int_0^t g(s)dW(s,\omega), \quad t \in T, \quad \omega \in \Omega. \tag{3}$$

где $S(\mu,x,u) = \phi(1,\mu,x,u) - \phi(0,\mu,x,u)$, $\mu \in T$, $x \in \mathbb{R}$, $u \in \mathbb{R}$, а $\phi(t,\mu,x,u)$ находится из уравнения:

$$\phi(t,\mu,x,u) = X_0 + u\int_0^t d\eta(s)\phi(s,\mu,x,u)), \tag{4}$$

$\Delta L(\mu_l) = L(\mu_l) - L(\mu_l-)$, а

$$\eta(s) = (\eta_{ij}(s)),$$

где $\eta_{ij}(s) = 0$, при $i = \overline{1,n-1}$, а $\eta_{nj}(s) = s$ или $\eta_{nj}(s) = H(s-1)$, где $H(s)$ — функция Хевисайда, $j = \overline{1,n}$.

Теорема 1. *Пусть $a_i : T \longrightarrow \mathbb{R}$, $i = \overline{1,n}$ — непрерывные справа функции ограниченной вариации, $g : T \longrightarrow \mathbb{R}$ — функция из пространства $L_2(T)$, $X_n(t,\omega)$ — решение задачи Коши (2) и*

$$\sup_{t \in [0,h_n)} E\|X_n^0(t,\omega) - X_0\|^2 \xrightarrow{n\to\infty,\ h_n \to 0} 0.$$

Тогда при $n \to \infty$, $h_n \to 0$ так, что $1/\gamma_i(n) = o(h_n)$ или $h_n = o(1/\gamma_i(n))$ для всех $i = \overline{1,n}$

$$\int_T E\|X_n(t,\omega) - X(t,\omega)\|^2 \to 0,$$

где $X(t,\omega)$ — решение системы (3), причем в системе уравнений (4) $\eta_i(s) = s$, если $h_n = o(1/\gamma_i(n))$ и $\eta_i(s) = H(s-1)$, если $1/\gamma_i(n) = o(h_n)$.

Рассмотрим однородное уравнение соответствующее уравнению из задачи Коши (1) [2]:

$$dX(t,\omega) = L'(t)X(t,\omega)\,dt, \tag{5}$$

Теорема 2. *Пусть $a_i : T \longrightarrow \mathbb{R}$, $i = \overline{1,n}$ — непрерывные справа функции ограниченной вариации, $g : T \longrightarrow \mathbb{R}$ — функция из пространства $L_2(T)$, а $B^i(t,s)$, $i = \overline{1,2^n}$ — ассоциированные фундаментальные матрицы системы (5) [3], тогда решение уравнения (3) представимо в виде:*

$$X^i(t,\omega) = B^i(t,0)X_0 + \int_0^t B^i(t,s)g(s)\,dW(s,\omega), \quad t \in T, \quad i = \overline{1,2^n},$$

для почти всех $\omega \in \Omega$.

Литература

1. Медведев Г. А. *Стохастические процессы финансовой математики.* Мн.: БГУ, 2005.
2. Автушко Т. С., Лазакович Н. В., Русецкий А. Ю. *Задача Коши для линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с обобщёнными коэффициентами в алгебре мнемофункций* // Весцi. Нац. Акад. Навук Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2013. № 3. С. 83–92.
3. Автушко Т. С., Лазакович Н. В., Русецкий А. Ю. *Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с обобщёнными коэффициентами в алгебре мнемофункций* // Вестн. БГУ. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика. 2013. № 2. С. 74–79.

ЗАДАЧА КЛАССИФИКАЦИИ ВОЗДУШНЫХ ОБЪЕКТОВ ПО ТРАЕКТОРНЫМ ПРИЗНАКАМ

Н.В. Лазакович[1], **С.А. Спасков**[1,2]

[1] Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь
[2] ОАО «АГАТ — системы управления», Минск, Беларусь;
sergey.spaskov@gmail.com

Задача классификации воздушных объектов является важной задачей в области наблюдения за воздушной обстановкой. Корректное ее решение дает основы гарантии безопасности и своевременного предотвращения угроз, позволяет следить и адекватно управлять движением разного рода воздушных объектов. В силу ее стратегической значимости и глубокого физического смысла подходы к ее решению изменяются и имеют несколько направлений. Так классификация может выполняться:

— по сигнальным признакам (которые обусловлены размером, формой, материалом отражающей поверхности воздушного объекта и особенностями его излучения в том или ином физическом поле);

— по траекторным признакам (высота, скорость, ускорение объекта и т. д.)

Мы будем обсуждать задачу классификации по траекторным признакам, в которой будем считать, что в ходе наблюдения за объектом нам известна его траектория (возможно с ошибками измерения) и больше ничего. Для этой задачи характерны следующие этапы:

1) выбор и определение четких границ возможных классов;

2) определение характерных признаков каждого класса;

3) построение модели определения класса, наиболее полно охватывающей установленные признаки и связи между ними.

Особый интерес вызывает классификация воздушных объектов в так называемых «зонах неопределенности». В них объект не может однозначно быть отнесен к одному из классов, но можно попытаться установить вероятность принадлежности его к каждому из классов. Такая задача может быть решена например следующим образом.

По траекторным данным установим значение следующих параметров:

а) высота;

б) горизонтальная скорость;

в) вертикальное ускорение;

По каждому из них можно оценить функцию распределения вероятности для каждого из классов. Объединив тем или иным способом установленные значения вероятностей по этим трем признакам получим вероятность принадлежности объекта к каждому из классов. При этом, в основе подхода к определению функций распределения вероятностей лежит исследование решений соответствующих стохастических дифференциальных систем.